



Análise da regularização da amplitude do sinal analítico 3D para os dados magnéticos

Melo, J.A., USP; Mendonça, C.A., USP; Cavalcante, F.L., USP

Copyright 2022, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica.

Este texto foi preparado para a apresentação no IX Simpósio Brasileiro de Geofísica, Curitiba, 4 a 6 de outubro de 2022. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do IX SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

Abstract

This paper shows the applicability of regularization of the derivatives of the 3D analytical signal amplitude (ASA) to improve edge detection from magnetic sources. The computation of numerical derivatives based on Tikhonov's regularization theory is evaluated in the Fourier domain. This procedure is tested with synthetic data composed of anomalous bodies with different geometric and magnetic properties to study the effect of random noise. In addition, we use the aeromagnetic database from the northeast portion of the state of Goiás characterized by the presence of different patterns of interfering magnetic lineaments. The regularized 3D ASA significantly improved the continuity and delimitation of the linear features and the data quality.

Introdução

A delimitação lateral das fontes anômalas em subsuperfície é uma etapa essencial na interpretação de dados aeromagnéticos. Uma das técnicas qualitativas amplamente utilizadas para resolver este problema é a amplitude do sinal analítico (ASA). No caso 2D (dados em perfil), esta função simétrica em forma de sino foi definida por Nabighian (1972) como:

$$|\mathbf{A}(x)| = \sqrt{\phi_x^2 + \phi_z^2}, \quad (1)$$

em que $\phi_x \equiv \phi_x(x)$ e $\phi_z \equiv \phi_z(x)$ são as derivadas horizontal e vertical de primeira ordem do campo magnético $\phi(x)$ medido ao longo do eixo x gerado por uma fonte 2D homogênea alinhada paralelamente ao eixo y. O ASA 2D é invariante com a direção do vetor de magnetização total e depende do *strike* geológico e do mergulho da fonte magnética (MacLeod et al., 1993). Roest et al. (1992) estenderam o ASA para processamento em malha e o definiram como:

$$|\mathbf{A}(x, y)| = \sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2}, \quad (2)$$

em que $\phi_y \equiv \phi_y(x, y)$ é a primeira derivada horizontal do campo magnético $\phi(x, y)$ medido no plano horizontal na superfície ($z = 0$). Estes autores mostraram que as posições dos máximos do ASA 3D tendem a se localizar sobre os corpos magnéticos, indicando os contrastes espaciais de magnetização. No caso 3D (dados em malha), Li (2006) demonstrou que o ASA é sensível à

direção da magnetização total e do campo geomagnético indutor e, em geral, os seus máximos não se posicionam diretamente sobre as bordas de fontes profundas.

O cálculo dos gradientes horizontais e verticais de campos potenciais tende a ser uma operação instável, caracterizando o ASA 3D como um problema mal posto. As derivadas horizontais de primeira ordem podem ser calculadas pelo método de diferenças finitas (Özişik et al., 1994) ou pela transformada rápida de Fourier (Blakely, 1996, p. 324). A derivada vertical é geralmente calculada no domínio da frequência (Blakely, 1996, p. 326), amplificando os conteúdos espectrais de alta frequência como o ruído aleatório e os erros nos dados originais. Desta forma, nós propomos aplicar a abordagem de Pašteka et al. (2009) para regularizar as derivadas numéricas do ASA 3D no domínio de Fourier. A eficiência do procedimento será testada com os dados sintéticos do tutorial do Uieda et al. (2014) e com dados aeromagnéticos da porção nordeste do estado de Goiás.

Teoria da Regularização das Derivadas

A instabilidade do cálculo das derivadas numéricas configura um problema mal-posto que foi resolvido pela aplicação da teoria de regularização de Tikhonov (Tikhonov & Glasko, 1965), utilizando o filtro da derivada horizontal/vertical regularizada no domínio de Fourier (Pašteka et al., 2009). A regularização de Tikhonov minimiza o funcional de suavização $Q\{\hat{\phi}, \mu\}$, composto pela soma de dois funcionais parciais, expresso como:

$$Q\{\hat{\phi}, \mu\} = \int_{x_i}^{x_f} [\phi_x - \hat{\phi}]^2 dx + \mu \int_{x_i}^{x_f} [\hat{\phi}_x]^2 dx, \quad (3)$$

em que ϕ_x é a primeira derivada sem regularização do campo potencial observado (função de entrada) $\phi(x)$, $\hat{\phi} \equiv \hat{\phi}(x)$ é a função suave (desconhecida) resultante do cálculo da derivada regularizada, μ é o parâmetro de regularização de Tikhonov (Aster et al., 2013, p. 94) e $\hat{\phi}_x \equiv \hat{\phi}_x(x)$ é a primeira derivada de $\hat{\phi}(x)$. Os limites do perfil variam entre x_i e x_f . O primeiro funcional parcial chamado de funcional de ajuste é a norma Euclidiana da diferença $\phi_x - \hat{\phi}$ e representa o problema clássico de encontrar a derivada de $\phi(x)$. O segundo funcional parcial denominado de funcional regularizador impõe que a norma Euclidiana da derivada da solução estável $\hat{\phi}_x$ procurada seja mínima. Para encontrar o mínimo do funcional de suavização $Q\{\hat{\phi}, \mu\}$, é aplicada a equação de Euler-Lagrange da teoria do cálculo variacional (Troutman, 1983, p. 145)

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial Q}{\partial \hat{\phi}_x} \right) - \frac{\partial Q}{\partial \hat{\phi}} = 0, \quad (4)$$

resultando na seguinte expressão (Pašteka et al., 2009):

$$\mu \hat{\phi}_{xx} - \hat{\phi} = -\phi_x, \quad (5)$$

sendo $\hat{\phi}_{xx}$ a segunda derivada horizontal da função suave $\hat{\phi}(x)$. Calculando a transformada de Fourier da Equação 5 e realizando algumas manipulações algébricas descritas no trabalho do Pašteka et al. (2009), obtém-se a expressão para a transformada de Fourier da função suave $\hat{\phi} \equiv \hat{\phi}_\beta$ para as derivadas horizontais (Pašteka et al., 2009):

$$F\{\hat{\phi}_\beta\} = \frac{i\mathbf{b}}{1 + \mu\mathbf{b}^2} F\{\phi(x)\}, \quad (6)$$

em que $\hat{\phi}_\beta$ é a derivada horizontal regularizada da função de entrada $\phi(x)$ para $\beta = (x, y)$, $\mathbf{b} = (k_x, k_y)$ é o número de onda nas direções x e y , respectivamente, e i é o operador imaginário. De forma análoga, a expressão para a derivada vertical regularizada no domínio de Fourier é (Gang & Lin, 2018)

$$F\{\hat{\phi}_z\} = \frac{|k|}{1 + \mu|k|^2} F\{\phi(x)\}, \quad (7)$$

em que $|k| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ é o módulo do número de onda. Para estimar o parâmetro de regularização, foi construído o gráfico da norma euclidiana da primeira derivada horizontal regularizada em função dos diferentes valores de μ . A norma euclidiana da solução regularizada decresce estritamente com o aumento do parâmetro de regularização. O valor ideal de μ geralmente corresponde ao ponto de mínimo global da primeira derivada da curva, localizado entre as soluções sub e sobre regularizadas. Esse valor encontrado é utilizado no cálculo das derivadas horizontais e vertical para obter o ASA 3D. O conceito desta ferramenta gráfica é similar ao critério da curva L (Hansen, 1994). A partir desta análise, espera-se que a solução regularizada apresente um equilíbrio entre suas duas propriedades: seja o mais suave possível e ao mesmo tempo mais precisa, representando as características do sinal de entrada.

Fluxograma do Cálculo do ASA 3D

A análise dos resultados consiste em comparar o ASA 3D obtido sem regularização com o obtido com regularização. O procedimento para determinar o ASA 3D sem regularização é formado por três etapas: 1) calcular as derivadas horizontais da anomalia de campo total pelo método de diferenças finitas no domínio do espaço e a derivada vertical no domínio de Fourier; 2) aplicar a transformada inversa de Fourier para a derivada vertical e 3) computar o ASA 3D através da Equação 2. Baseado nos testes realizados neste trabalho, o cálculo das derivadas horizontais no domínio espaço se mostrou menos sensível ao ruído quando comparado a sua avaliação no domínio da frequência. O processamento para obtenção do ASA 3D utilizando as derivadas regularizadas também é composto por três

etapas: 1) calcular as derivadas horizontais através da Equação 6 e a derivada vertical através da Equação 7; 2) aplicar a transformada inversa de Fourier em todas as derivadas e 3) computar o ASA 3D utilizando a Equação 2. Os dados foram processados em *python* utilizando o pacote Fatiando a Terra versão 0.5 (fatiando.org) e filtros de derivadas com regularização escritos à parte.

Aplicação aos Dados Sintéticos

O procedimento de regularização foi aplicado ao modelo sintético do Uieda et al. (2014) composto por três corpos com magnetização induzida: um batólito com magnetização de 2 A/m a uma profundidade de 500 m; um *sill* com magnetização de 10 A/m a uma profundidade de 1000 m e um dique localizado na superfície com espessura de cerca de 300 m e magnetização de 10 A/m (Figura 1). Esse modelo considera uma altura de voo de 300 m e uma inclinação e declinação magnética de -15° e 30° , respectivamente. O campo magnético calculado contém ruído Gaussiano pseudoaleatório de 5 nT.

A Figura 1a ilustra a anomalia de campo total (ACT) correspondente com um intervalo de amostragem de 202 m. No ASA 3D sem regularização, observa-se o efeito da amplificação do ruído presente no dado e os máximos valores de amplitude não estão posicionados exatamente sobre as bordas dos corpos (Figura 1b). Na Figura 1c, o mapa do ASA 3D regularizado com $\mu = 10^6$ (Figura 2) mostra que o ruído foi suprimido e os máximos de amplitude coincidem com os limites laterais dos corpos.

Aplicação aos Dados Reais

Nós aplicamos o procedimento de regularização aos dados aeromagnéticos da porção nordeste do estado de Goiás. Esta área apresenta uma diversidade de lineamentos magnéticos justapostos com diferentes direções e padrões geométricos que podem ser indicativos de zonas de falhas, contatos geológicos ou corpos tabulares intrusivos tal como diques. Os resultados serão apresentados após uma breve descrição da geologia e da base de dados.

Cenário Geológico

A área de estudo está localizada na porção nordeste do estado de Goiás, à leste do Lineamento Transbrasiliiano (Figura 3). No contexto geológico, essa área está inserida na Província Tocantins, especificamente na porção central da Faixa de dobramentos Brasília (Almeida et al., 1981). Este extenso sistema de dobramentos de idade Neoproterozoica abrange os seguintes domínios tectônicos limitados por falhas longitudinais: Arco Magmático de Goiás, Maciço de Goiás, Zona Externa e Zona Interna (Fuck, 1994; Fuck et al., 2014) (Figura 3). O embasamento que compreende a área de estudo é constituído por complexos granito-gnáissicos arqueanos do Maciço de Goiás caracterizado por camadas de intrusões máfica-ultramáficas meso-neoproterozoicas (Reis, 2016), seqüências de rifte marinhas paleo-mesoproterozoicas do Grupo Paranoá e seqüências

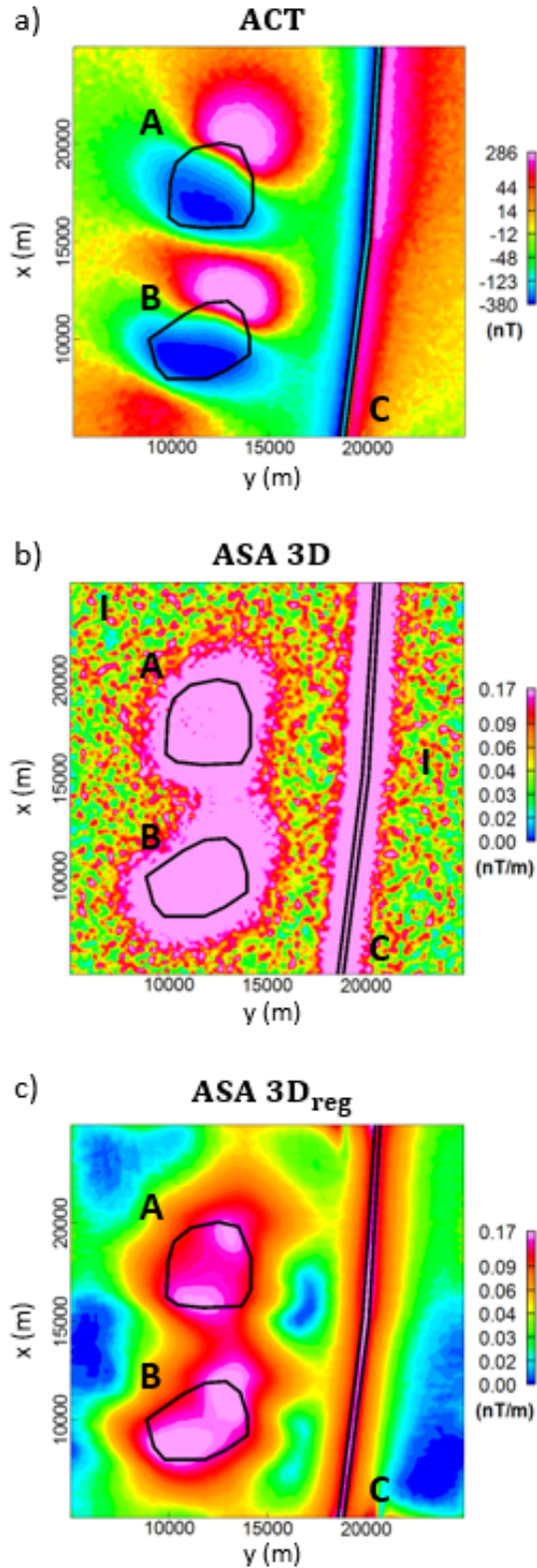


Figura 1 – Mapas da anomalia magnética (a), do ASA 3D sem regularização (b) e do ASA 3D com regularização (c) para os dados sintéticos do Uieda et al. (2014). Este modelo contém três fontes magnéticas: batólito (A), sill (B) e dique (C). O efeito do ruído é marcado com o número I em (b).

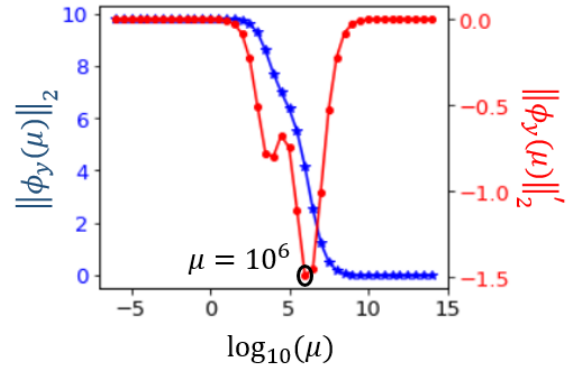


Figura 2 – Curvas de estimativa do parâmetro de regularização (μ) para o modelo sintético a partir de uma sequência de soluções. A curva azul representa a norma euclidiana da derivada horizontal regularizada $\|\phi_y(\mu)\|_2$ e a curva vermelha é a primeira derivada da curva azul. Os valores do parâmetro de regularização variam de 10^{-6} a 10^{14} como uma progressão geométrica com razão igual a $10^{0.5}$. O valor ideal do μ corresponde ao ponto de mínimo da primeira derivada igual a 10^6 . Para as derivadas ϕ_x e ϕ_z não apresentadas aqui, o μ ideal determinado é igual a 10^5 .

metassedimentares neo-mesoproterozoicas do Grupo Canastra (Cordeiro, 2014). Em sua porção leste, o Maciço de Goiás é limitado por um grande complexo de falhas, o Sistema de Falhas Rio Maranhão (Figura 3).

Base de Dados Aeromagnéticos

Em 2006, foi realizado o Projeto 3013: Paleo-Neoproterozoico do Nordeste de Goiás que compreende a área de estudo. Esse projeto é disponibilizado pelo Governo do Estado de Goiás, através da Secretaria de Indústria e Comércio do Estado de Goiás/ Ministério de Minas e Energia, juntamente com o Serviço Geológico do Brasil - CPRM. Neste aerolevantamento, as linhas de voo N-S e de controle E-W estão espaçadas de 500 m e 5000 m, respectivamente (CPRM, 2006). A altura nominal de voo foi de 100 m sobre o terreno. A velocidade média de aquisição foi mantida em aproximadamente 292 km/h (aeronave PT-FZN) ou 287 km/h (aeronave PT-WOT), com um intervalo de amostragem de 0,1 s. A inclinação e declinação magnética eram $-20,84^\circ$ e $-19,21^\circ$, respectivamente.

Os dados aeromagnéticos foram pré-processados pela Lasa Engenharia e Prospecções S/A, em que foi aplicada a técnica de micronivelamento proposta por Minty (1991) para melhorar a qualidade do nivelamento das linhas de voo. Neste procedimento, foi utilizado o filtro passa-alta tipo *Butterworth* com comprimento de onda da ordem de 4 vezes o espaçamento das linhas de voo. A Figura 4a mostra a anomalia de campo total interpolada pelo método da mínima curvatura (Santos et al., 2016) com tamanho de célula de 125 m (1/4 do espaçamento das linhas de voo). As principais estruturas magnéticas observadas são lineamentos com direção preferencial NE-SW, WNW-ESE

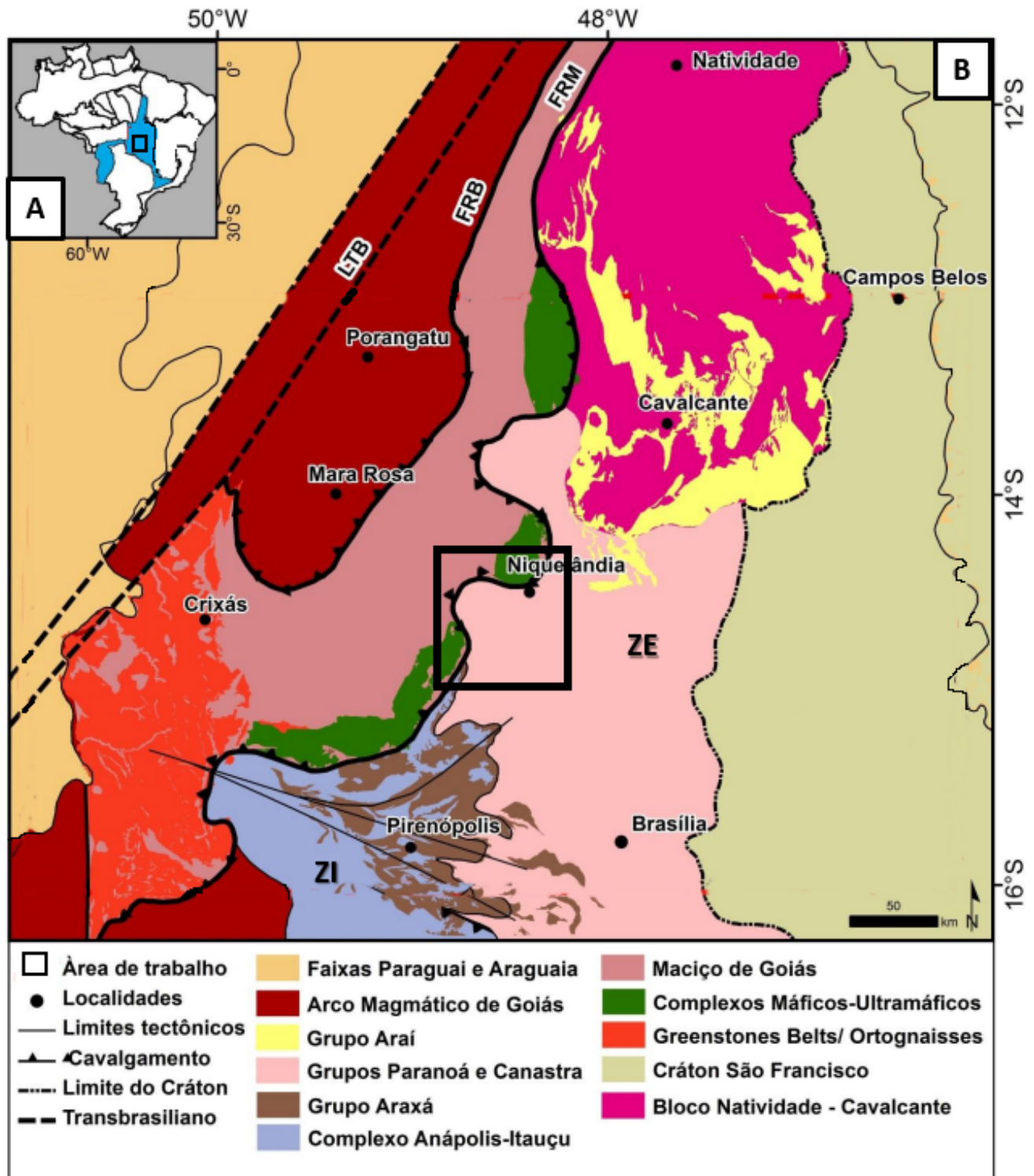


Figura 3 – Localização da área de estudo no estado de Goiás (A) e mapa geológico apresentando as principais unidades geotectônicas da porção central da Faixa Brasília (B). FRM: Falha Rio Maranhão; FRB: Falha Rio dos Bois; LTB: Lineamento Transbrasiliano; ZE: Zona Externa; ZI: Zona Interna. Adaptado de Reis (2016).

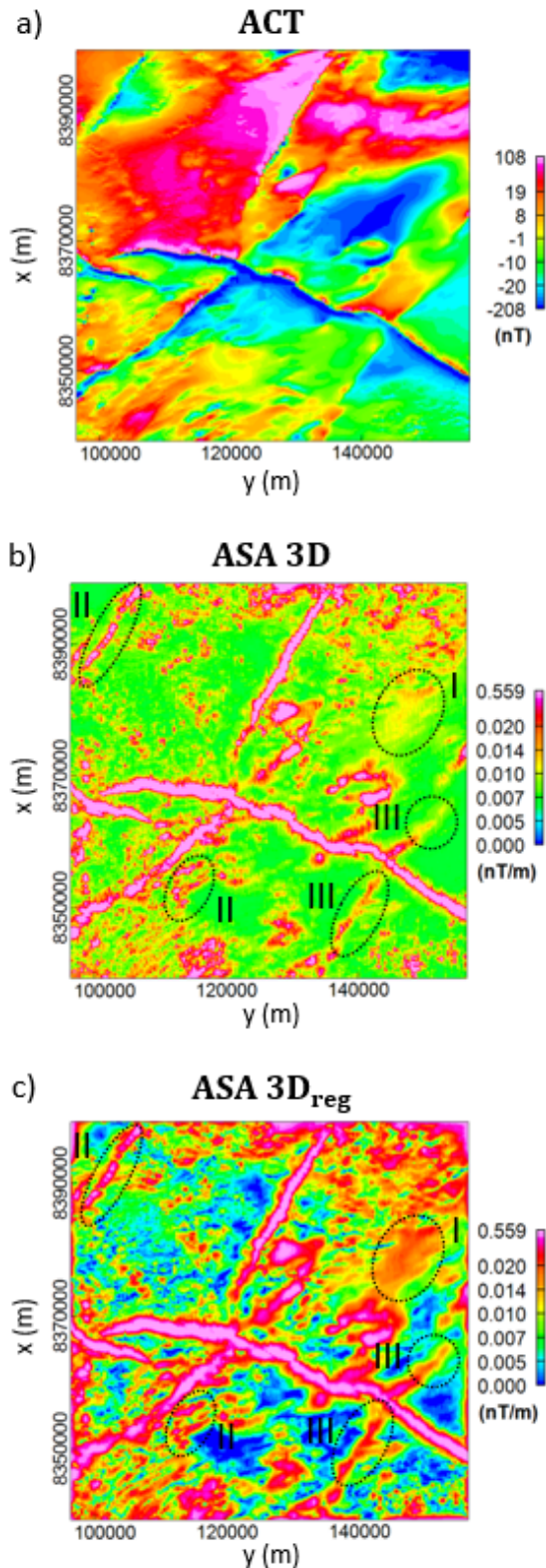


Figura 4 – Mapas da anomalia magnética (a), do ASA 3D sem regularização (b) e do ASA 3D com regularização (c) para os dados aeromagnéticos de Goiás. Em (b) são destacados alguns elementos que são melhorados em (c): I - linhas de voo; II - efeito de "boudinage"; III - continuidade dos lineamentos.

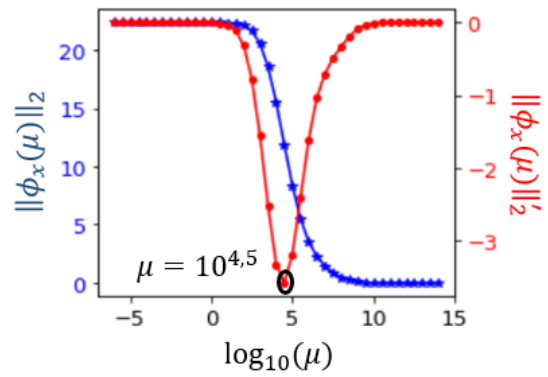


Figura 5 – Curvas de estimativa do parâmetro de regularização (μ) para os dados aeromagnéticos de Goiás a partir de uma sequência de soluções. A curva azul representa a norma euclidiana da derivada horizontal regularizada $\|\phi_x(\mu)\|_2$ e a curva vermelha é a primeira derivada da curva azul. Os valores do parâmetro de regularização variam de 10^{-6} a 10^{14} como uma progressão geométrica com razão igual a $10^{0,5}$. O valor ideal do μ corresponde ao ponto de mínimo da primeira derivada igual a $10^{4,5}$. Para as derivadas ϕ_y e ϕ_z não apresentadas aqui, o μ ideal determinado é igual a 10^4 .

e NNE-SSW de longa e curta extensão (Figuras 4b e 4c). O ASA 3D sem regularização exibe algumas linhas de voo e o efeito de "boudinage" ou "fio de contas" principalmente nas feições lineares finas (Figura 4b). Na Figura 4c, o mapa do ASA 3D regularizado com $\mu = 10^{4,5}$ (Figura 5) evidencia a preservação do caráter linear das feições magnéticas, sua continuidade, a ausência de artefatos associados às linhas de voo e a atenuação do efeito de "boudinage". Nota-se feições com amplitude entre 0 e 0,005 nT/m distribuídas nas porções central, noroeste e sudeste no mapa do ASA 3D regularizado (Figura 4c) que não aparecem no ASA 3D sem regularização (Figura 4b). Na porção nordeste do mapa do ASA 3D regularizado também são realçadas feições com longo comprimento de onda com amplitude variando entre 0,014 e 0,559 nT/m (Figura 4c). É perceptível que alguns lineamentos com direção NNE-SSW aparecem segmentados no ASA 3D sem regularização (Figura 4b) e ganham amplitude e continuidade no ASA 3D regularizado (Figura 4c). Na Figura 4c, observe também que as extremidades dos lineamentos são melhor definidas, evidenciando de forma suave sua continuidade.

Discussão e Conclusões

O efeito de "boudinage" observado no ASA 3D sem regularização nos dados aeromagnéticos (Figura 4b) geralmente ocorre em feições lineares finas associadas a anomalias magnéticas com ângulos agudos em relação às linhas de voo (Naprstek & Smith, 2019). Esta subamostragem dificulta a interpretação da resposta magnética de forma clara e objetiva principalmente em técnicas que utilizam derivadas. O ASA 3D obtido por regularização realçou a continuidade e a delimitação lateral das estruturas lineares e melhorou a qualidade do

dado, permitindo detectar feições com longo comprimento de onda (Figura 4c). Estes lineamentos magnéticos NE-SW, WNW-ESE e NNE-SSW (Figura 4c) possivelmente estão associados ao Sistema de Falhas Rio Maranhão e às intrusões máfica-ultramáficas meso-neoproterozoicas (Figura 3).

Os resultados apresentados neste trabalho demonstram as vantagens no cálculo das derivadas numéricas regularizadas para obter o ASA 3D. A eficácia e praticabilidade do procedimento foram evidenciadas com os dados sintéticos do (Uieda et al., 2014) e os dados aeromagnéticos de Goiás. Através da regularização das derivadas do ASA 3D, observou-se o aumento da razão sinal-ruído, a atenuação dos artefatos associados à "boudinage" e às linhas de voo, o realce da continuidade das feições lineares, o aumento da resolução de estruturas fracamente magnéticas e a melhoria na definição e suavização das bordas dos lineamentos magnéticos. Para os dados aeromagnéticos de Goiás, a resposta magnética do ASA 3D obtido por regularização foi coerente com as informações geológicas da área de estudo.

Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES pela cessão de bolsa de mestrado concedida à J.A. Melo, às instituições Secretaria de Indústria e Comércio do Estado de Goiás/ Ministério de Minas e Energia e CPRM pela disponibilização dos dados aerogeofísicos e ao grupo de pesquisa do laboratório de métodos potenciais do IAG-USP.

Referências

- Almeida, F. F. M., Hasui, Y., Brito Neves, B. B. & Fuck, R. A., 1981. Brazilian structural provinces: an introduction, *Earth-Science Reviews*, vol. 17(1-2): 1–29.
- Aster, R. C., Borchers, B. & Thurber, C. H., 2013. *Parameter estimation and inverse problems*, 2nd ed., Academic Press, 377.
- Blakely, R. J., 1996. *Potential theory in gravity and magnetic applications*, 2nd ed., Cambridge University Press, 461.
- Cordeiro, P. F. O., 2014. *Compartimentação geológica e geocronológica dos terrenos do embasamento norte da Faixa Brasília*, Tese de Doutorado em Geologia, Instituto de Geociências da Universidade de Brasília, Brasília, 155.
- CPRM, 2006. *Relatório final do levantamento e processamento dos dados magnetométricos e gamaespectrométricos, Paleo-Neoproterozoico do Nordeste de Goiás*, 138.
- Fuck, R. A., 1994. A Faixa Brasília e a compartimentação tectônica na Província Tocantins, SBG, *Simpósio de Geologia do Centro-Oeste*, vol. 4: 184–187.
- Fuck, R. A. et al., 2014. Paleoproterozoic crust-formation for atlantica supercontinent reconstruction, *Precambrian Research*, vol. 244: 53–74.
- Gang, Y. & Lin, Z., 2018. An improved stable downward continuation of potential fields using a truncated Taylor series and regularized vertical derivatives method, *Journal of Geophysics and Engineering*, vol. 15(5): 2001–2008.
- Hansen, P. C., 1994. Regularization tools: a matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems, *Numerical Algorithms*, vol. 6(1): 1–35.
- Li, X., 2006. Understanding 3D analytic signal amplitude, *Geophysics*, vol. 71(2): L13–L16.
- MacLeod, I. N., Jones, K. & Dai, T. F., 1993. 3-D analytic signal in the interpretation of total magnetic field data at low magnetic latitudes, *Exploration Geophysics*, vol. 24(4): 679–688.
- Minty, B. R. S., 1991. Simple micro-levelling for aeromagnetic data, *Exploration Geophysics*, vol. 22(4): 591–592.
- Nabighian, M. N., 1972. The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: its properties and use for automated anomaly interpretation, *Geophysics*, vol. 37(3): 507–517.
- Naprstek, T. & Smith, R. S., 2019. A new method for interpolating linear features in aeromagnetic data, *Geophysics*, vol. 84(3): JM15–JM24.
- Özişik, M. N., Orlande, H. R., Colaco, M. J. & Cotta, R. M., 1994. *Finite difference methods in heat transfer*, 1st ed., CRC Press.
- Pašteka, R., Richter, F. P., Karcol, R., Brazda, K. & Hajach, M., 2009. Regularized derivatives of potential fields and their role in semi-automated interpretation methods, *Geophysical Prospecting*, vol. 57(4): 507–516.
- Reis, L. K. O., 2016. *Arcabouço tectônico da porção centro-norte da Faixa Brasília com base em dados magnéticos e gravimétricos*, Dissertação de Mestrado em Geofísica Aplicada, Instituto de Geociências, Universidade de Brasília, Brasília, 72.
- Roest, W. R., Verhoef, J. & Pilkington, M., 1992. Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal, *Geophysics*, vol. 57(1): 116–125.
- Santos, H. S., Cunha, G. N. & Castro, J. R., 2016. Avaliação qualitativa das técnicas de interpolação de mínima curvatura, krigagem e bidirecional na formação de imagens, *Revista de Engenharias da Faculdade Salesiana*, (4): 2–16.
- Tikhonov, A. N. & Glasko, V. B., 1965. Application of the regularization method in nonlinear problems, *Zh. vychislit. matem. i matem. fiz.*, vol. 5: 463–473.
- Troutman, J. L., 1983. *Variational calculus with elementary convexity*, 1st ed., Springer-Verlag, 376.
- Uieda, L., Oliveira Jr, V. C. & Barbosa, V. C. F., 2014. Geophysical tutorial: euler deconvolution of potential-field data, *The Leading Edge*, vol. 33(4): 448–450.